

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ THU TRANG

LŨY THỪA HỌ IDEAN CÁC HÀM CHÍNH HÌNH
VÀ SỰ HỘI CỦA CỦA HÀM GREEN ĐA PHỨC

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ THU TRANG

LŨY THỪA HỌ IDEAN CÁC HÀM CHỈNH HÌNH
VÀ SỰ HỘI TỤ CỦA HÀM GREEN ĐA PHỨC

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS. DƯƠNG QUANG HẢI

Thái Nguyên - Năm 2017

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan nội dung trong luận văn thạc sĩ chuyên ngành Toán giải tích với đề tài "Lũy thừa họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức" được hoàn thành bởi nhận thức của tôi, không trùng lặp với luận văn, luận án và các công trình đã công bố.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết Luận văn

Lê Thu Trang

Lời cảm ơn

Bản luận văn được hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của TS. Dương Quang Hải. Nhân dịp này tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy về sự hướng dẫn tận tình cùng những kinh nghiệm trong quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, Khoa Sau Đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán, các thầy cô giáo Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội và Viện Toán học đã giảng dạy và tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Bản luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết, vì vậy rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình và bạn bè đã luôn động viên, khích lệ, tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi trong thời gian học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết luận văn

Lê Thu Trang

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iii
Mở đầu	1
1 Sự hội tụ của họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức kết hợp với một họ idêan các hàm chỉnh hình	3
1.1 Một số khái niệm cơ bản	4
1.2 Hàm Green đa phức	6
1.3 Họ idêan các hàm chỉnh hình và hàm Green đa phức kết hợp với họ idêan các hàm chỉnh hình	8
1.4 Sự hội tụ của họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức kết hợp với họ idêan các hàm chỉnh hình	15
1.5 Một số kết quả về sự hội tụ của hàm Green đa phức	19

2	Lũy thừa họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức	25
2.1	Lũy thừa họ idêan các hàm chỉnh hình	26
2.2	Sự hội tụ của hàm Green đa phức	29
2.3	Một số trường hợp đặc biệt về sự hội tụ của hàm Green đa phức	37
	Kết luận	46
	Tài liệu tham khảo	47

Mở đầu

Hàm Green đa phức được giới thiệu và nghiên cứu đầu tiên bởi L. Lempert năm 1981. Cụ thể, hàm Green đa phức là nghiệm của bài toán cực trị được đặt ra một cách tự nhiên đối với các hàm đa điều hoà dưới âm. Từ đó, cho chúng ta một dạng của bổ đề Schwarz, tức là có thể kiểm soát những modun của các hàm chỉnh hình bị chặn mà cùng triệt tiêu tại một điểm cho trước. Đặc biệt, trên một miền siêu lồi, Lempert đã chứng minh được rằng hàm Green đa phức một cực trùng với nghiệm của bài toán cực trị nhận được bằng cách nghiên cứu các đĩa giải tích đi qua điểm cực này. Từ đó, hàm Green đa phức đóng vai trò quan trọng trong lý thuyết thế vị phức. Một số kết quả về hàm Green đa phức với các cực logarit trên miền siêu lồi và hàm Green đa phức với cực hữu hạn đã nhận được sự quan tâm và nghiên cứu bởi nhiều tác giả như: Lelong, Klimek, Demailly, Zaharjuta, E. Amar, Thomas, Dan Coman,...

Khi nghiên cứu về hàm Green đa phức, Lempert đã chỉ ra nó là nghiệm của toán tử Monge - Ampère phức. Tuy nhiên, vì toán tử Monge - Ampère phức là không tuyến tính nên việc nghiên cứu toán tử này dẫn đến việc nghiên cứu sự hội tụ của hàm Green đa phức với tập cực gồm hữu hạn điểm trên một miền siêu lồi bị chặn trong \mathbb{C}^n . Vấn đề này đã được nhiều tác giả quan tâm

nghiên cứu như: Demailly, Lempert, Lelong, Magnusson, Rashkovskii, Láruson, Sigurdsson, Thomas và gần đây là Nguyễn Quang Diệu, Dương Quang Hải,... Theo hướng nghiên cứu này, chúng tôi đã lựa chọn đề tài "Lũy thừa họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức".

Mục đích chính của luận văn là tìm hiểu và nghiên cứu sự hội tụ của hàm Green đa phức với tập cực gồm hữu hạn điểm cùng hội tụ về điểm gốc nhờ vào việc nghiên cứu sự hội tụ của họ idêan lũy thừa các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của các hàm Green đa phức liên kết với họ idêan này.

Luận văn trình bày lại một số kết quả của các tác giả nêu trên, chủ yếu dựa vào các tài liệu [2], [8] và [11]. Các kết quả nghiên cứu được trình bày trong phạm vi 48 trang, trong đó có phần mở đầu, 2 chương nội dung, phần kết luận và danh mục tài liệu tham khảo.

Chương 1: "Sự hội tụ của họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức kết hợp với một họ idêan các hàm chỉnh hình". Luận văn trình bày các kiến thức cơ bản về hàm đa điều hòa dưới, hàm đa điều hòa dưới cực đại, toán tử Monge - Ampère phức, hàm Green đa phức, họ idêan các hàm chỉnh hình, một số kết quả về sự hội tụ của hàm Green đa phức.

Chương 2: "Lũy thừa họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức". Đây là nội dung chính của luận văn. Nội dung của chương này trình bày các kết quả về sự hội tụ của hàm Green đa phức với tập cực gồm hữu hạn điểm cùng hội tụ về điểm gốc nhờ sự hội tụ của họ idêan lũy thừa các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của các hàm Green đa phức liên kết với họ idêan này.

Chương 1

Sự hội tụ của họ idêan các hàm chỉnh hình và sự hội tụ của hàm Green đa phức kết hợp với một họ idêan các hàm chỉnh hình

Trong chương này, luận văn trình bày một số kiến thức chuẩn bị và khái niệm về sự hội tụ của họ idêan các hàm chỉnh hình, sự hội tụ của hàm Green đa phức kết hợp với một họ idêan các hàm chỉnh hình để phục vụ cho nghiên cứu ở chương sau. Phần cuối chương là một số kết quả nghiên cứu về sự hội tụ của hàm Green đa phức với tập cực hữu hạn và cùng hội tụ về một điểm trên một miền siêu lồi bị chặn trong \mathbb{C}^n .

1.1 Một số khái niệm cơ bản

Định nghĩa 1.1.1. Cho X là một không gian tôpô, hàm $u : X \rightarrow [-\infty, +\infty)$ được gọi là *nửa liên tục trên* trên X nếu với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$ tập mở $\{x \in X : u(x) < \alpha\}$ là mở trong X .

Định nghĩa 1.1.2. Cho Ω là một tập con mở trong \mathbb{C}^n và $u : \Omega \rightarrow [-\infty, +\infty)$ là một hàm nửa liên tục trên và không trùng với $-\infty$ trên bất kì thành phần liên thông nào của Ω . Hàm u được gọi là *đa điều hòa dưới* nếu với mỗi $a \in \Omega$ và $b \in \mathbb{C}^n$, hàm $\lambda \mapsto u(a + \lambda b)$ là điều hòa dưới hoặc trùng $-\infty$ trên mỗi thành phần của tập hợp $\{\lambda \in \mathbb{C}^n : a + \lambda b \in \Omega\}$. Trong trường hợp này, ta viết $u \in PSH(\Omega)$. (Ở đây ký hiệu $PSH(\Omega)$ là lớp hàm đa điều hòa dưới trong Ω).

Mệnh đề 1.1.3. [6] *Hàm đa điều hòa dưới thỏa mãn nguyên lý cực trị trong miền bị chặn, tức là nếu Ω là một tập con mở liên thông bị chặn của \mathbb{C}^n và $u \in PSH(\Omega)$, thì u là hằng hoặc với mỗi $z \in \Omega$,*

$$u(z) < \sup_{\omega \in \partial\Omega} \limsup_{\substack{y \rightarrow \omega \\ y \in \Omega}} u(y).$$

Định nghĩa 1.1.4. Cho Ω là một tập con mở trong \mathbb{C}^n . Giả sử $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm đa điều hòa dưới. Khi đó, u được gọi là *cực đại* nếu với mọi tập con compact $G \subset \Omega$ và mọi hàm nửa liên tục v trên \overline{G} sao cho $v \in PSH(G)$ và $v \leq u$ trên ∂G , ta có $v \leq u$ trên G .

Ký hiệu $MPSH(\Omega)$ là tập hợp các hàm đa điều hòa dưới cực đại trên Ω .

Cho một miền $\Omega \subset \mathbb{C}^n$. Ký hiệu $U \Subset \Omega$ là tập con compact tương đối trong Ω .